معادلات من الدرجة الأولى

تعريف:

المعادلة عبارة عن تعبير رياضي يحتوي علي متغير واحد أو أكثر مكتوبة علي صيغة طرفين بينهما إشارة تساوي وتسمي هذه المتغيرات مجاهيل.

حل المعادلة نقصد به إيجاد قيم المجاهيل العددية التي تحقق المعادلة

مثال ١

أوجد حل المعادلة $3x + 7 = -5$

الحل

$$\because 3x + 7 = -5$$

$$\therefore 3x = -5 - 7 \Rightarrow 3x = -12$$

$$\Rightarrow x = \frac{-12}{3} \quad \Rightarrow \quad x = -4$$

مثال ٢

أوجد حل المعادلة $2x - 5 = 3x - 7$

الحل

$$\because 2x - 5 = 3x - 7$$

$$\therefore 2x - 3x = -7 + 5$$

$$\Rightarrow -x = -2 \quad \Rightarrow x = 2$$

مثال ٣

أوجد حل المعادلة $3(x+2)-4(x-3)=0$

الحل

$$\because 3(x+2)-4(x-3)=0$$

$$\therefore 3x+6-4x+12=0$$

$$\Longrightarrow -x+18=0 \quad \Longrightarrow -x=-18$$

$$\Longrightarrow \quad x=18$$

مثال ٤

أوجد حل المعادلة $\sqrt{3x-8}=1$

الحل

$$\because \sqrt{3x-8}=1$$

بتربيع الطرفين

$$\therefore \ 3x-8=1$$

$$\Longrightarrow \ 3x=1+8$$

$$\Longrightarrow \ 3x=9 \ \Longrightarrow \ x=3$$

مثال ٥

أوجد حل المعادلة $\sqrt{2x} - \sqrt{x+5} = 0$

الحل

$$\because \sqrt{2x} - \sqrt{x+5} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x} = \sqrt{x+5}$$

بتربيع الطرفين

$$\Rightarrow 2x = x + 5$$

$$\Rightarrow 2x - x = 5 \Rightarrow \quad x = 5$$

مثال ٦

أوجد حل المعادلة $\sqrt[3]{x-3} = -2$

الحل

$$\sqrt[3]{x-3} = -2$$

بتكعيب الطرفين

$$\Rightarrow \quad x - 3 = -8$$

$$\Rightarrow \quad x = -8 + 3 = -5$$

مثال ٧

أوجد حل المعادلة $\frac{1}{2x} = \frac{1}{3x-1}$

الحل

$$\frac{1}{2x} = \frac{1}{3x-1}$$

بضرب الطرفين في الوسطين

$$\Rightarrow \quad 3x - 1 = 2x$$

$$\Rightarrow \quad 3x - 2x = 1 \qquad \Rightarrow \quad x = 1$$

مثال ٨

أوجد حل المعادلة $\frac{x-1}{2}-\frac{2x}{3}=1$

الحل

$$\because \frac{x-1}{2}-\frac{2x}{3}=1 \Rightarrow \frac{3(x-1)-2(2x)}{6}=1$$

$$\Rightarrow \frac{3x-3-4x}{6}=1 \quad \Rightarrow \frac{-x-3}{6}=1$$

بضرب الطرفين في الوسطين

$$\Rightarrow -x-3=6 \quad \Rightarrow \quad -x=9 \quad \Rightarrow \quad x=-9$$

معادلات الدرجة الأولى في مجهولين

اذا كان لدينا المعادلتين:

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad (1)$$
$$a_2x + b_2y = c_2 \quad (2)$$

وهما يمثلان هندسياً خطين مستقيمين. عند حل المعادلتين يجب دراسة الحالات الثلاث الآتية:

الحالة الأولى: إذا كان $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ فإن المعادلتين تمثلان خطين مستقيمين متوازيين غير متقاطعين وبالتاي فإن المعادلتين ليس لهما حل.

الحالة الثانية: إذا كان $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ فإن المعادلتين تمثلان خطين مستقيمين منطبقين وبالتاي فإن المعادلتين لهما عدد لا نهائي من الحلول.

الحالة الثالثة: إذا كان $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ فإن المعادلتين تمثلان خطين مستقيمين متقاطعين في نقطة واحدة.

مثال ٤: أوجد حل المعادلتين

$$2x - 3y = 3$$
$$3x + y = 2$$

الحل

$$2x - 3y = 3 \quad (1)$$
$$3x + y = 2 \quad (2)$$

بضرب المعادلة (2) في 3 نجد أن

$$9x + 3y = 6 \quad (3)$$

بجمع المعادلتين (1) و (3) نجد أن

$$11x = 9 \implies x = \frac{9}{11}$$

بالتعويض عن $x = \frac{9}{11}$ فى المعادلة (2) نجد أن

$$\frac{9}{11} + y = 2 \implies y = 2 - \frac{9}{11} = \frac{22 - 9}{11} = \frac{13}{11}$$

مثال ٢: أوجد حل المعادلتين

$$y - 3x = 12$$
$$y + 3x = 2$$

الحل

$$y - 3x = 12 \qquad (1)$$
$$y + 3x = 2 \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد أن

$$2y = 14 \implies y = 7$$

بالتعويض عن $y = 7$ فى المعادلة (2) نجد أن

$$7 + 3x = 2 \implies 3x = -5 \implies x = -\frac{5}{3}$$

الإحداثيات في المستوى الديكارتي

أي نقطة A تقع في المستوي XY تحدد بزوج مرتب من الأعداد الحقيقية x و y ويرمز لها بالرمز (x, y) .

حيث : تسمي x الإحداثي السيني للنقطة A

و تسمي y الإحداثي الصادي للنقطة A

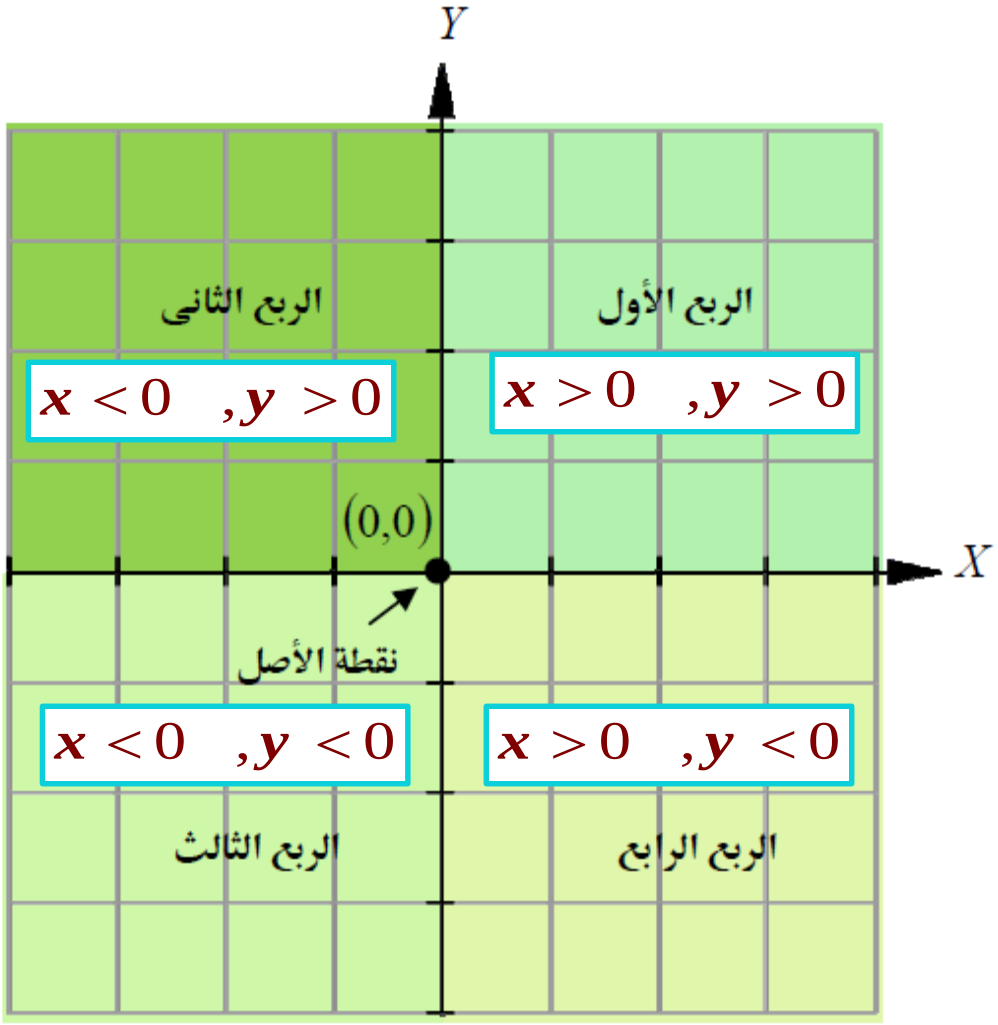
قاعدة:

- اذا كان الإحداثي السيني والإحداثي الصادي موجبين فإن النقطة تقع في الربع الأول.

- اذا كان الإحداثي السيني سالب والإحداثي الصادي موجب فإن النقطة تقع في الربع الثاني.

- اذا كان الإحداثي السيني والإحداثي الصادي سالبين فإن النقطة تقع في الربع الثالث.

- اذا كان الإحداثي السيني موجب والإحداثي الصادي سالب فإن النقطة تقع في الربع الرابع.



النقطة	الربع
(3, 6)	الأول
(-6, 9)	الثاني
(-2, -4)	الثالث
(5, -3)	الرابع
(-3, 3)	الثاني
(9, 9)	الاول
(-9, -9)	الثالث

تعريف:

المسافة بين النقطتين $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ تعطي بالعلاقة

$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

مثال 1: أوجد المسافة بين النقطتين $(3,0)$ و $(3,5)$

الحل

نفرض أن $A=(x_1,y_1)=(3,0)$ و $B=(x_2,y_2)=(3,5)$

إذا المسافة بين A و B تعطى بالعلاقة

$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$=\sqrt{(3-3)^2+(5-0)^2}$$
$$=\sqrt{(0)^2+(5)^2}=\sqrt{25}=5$$

تعريف:

احداثى نقطة المنتصف بين النقطتين $A = (x_1, y_1)$ و $B = (x_2, y_2)$ تعطى بالعلاقة $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

مثال 1:

أوجد احداثي نقطة المنتصف بين النقطتين $(6,4)$ و $(2, -2)$

الحل

نفرض أن $A = (x_1, y_1) = (6,4)$ و $B = (x_2, y_2) = (2, -2)$

إذا احداثى نقطة المنتصف بين A و B تعطى بالعلاقة

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{4-2}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{2}{2}\right) = (4, 1)$$